

基于多项式平方和规划的航空发动机 鲁棒 LPV/PI 控制

吴 斌^{1,3}, 黄金泉^{1,2}, 姜 锐¹

- (1. 南京航空航天大学 能源与动力学院 江苏省航空动力系统重点实验室, 南京 210016;
2. 先进航空发动机协同创新中心, 北京 100191;
3. 中国航空工业集团公司 航空动力控制系统研究所, 江苏 无锡 214063)

摘 要: 针对航空发动机常规(proportion integration, PI)控制器设计过程中难以保证鲁棒性及参数适应性差等问题,提出了一种基于线性变参数(linear parameter varying, LPV)模型及多项式平方和(sum of squares, SOS)规划的控制器设计方法. 结合传递函数模型下的鲁棒稳定条件及弱对偶定理给出了多项式描述的 LPV 模型鲁棒稳定条件,并转化为便于求解的 SOS 规划问题. 根据发动机非线性模型获取不同转速下的传递函数模型,并利用多项式拟合的方法建立发动机 LPV 模型. 根据所提出的定理构造出 SOS 规划问题,并求解得出 LPV/PI 控制器. 最终以某型双轴涡扇发动机为被控对象,在包线内不同点进行了阶跃仿真,结果表明:高压转子转速控制系统的稳态误差为 0,调节时间小于 3 s.

关 键 词: 航空发动机; LPV 模型; 平方和(SOS)规划; 鲁棒控制; 多项式; PI 控制

中图分类号: V233.7

文献标志码: A

Robust LPV/PI control for aero-engine based on polynomial sum of squares programming

WU Bin^{1,3}, HUANG Jin-quan^{1,2}, JIANG Rui¹

- (1. Jiangsu Province Key Laboratory of Aerospace Power System,
College of Energy and Power Engineering,
Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, Nanjing 210016, China;
2. Collaborative Innovation Center for Advanced Aero-engine, Beijing 100191, China;
3. Aviation Motor Control System Institute,
Aviation Industry Corporation of China, Wuxi Jiangsu 214063, China)

Abstract: A controller design method based on the model and polynomial sum of squares (SOS) programming was put forward for the conventional PI controller of aero-engine featuring poor adaptability and difficulty to guarantee robustness. Combining the robust stability conditions of transfer function model and the weak duality theorem, the robust stability conditions of linear parameter varying (LPV) model depicted by polynomial were proposed. Using the frequency response method, a family of transfer function models was obtained from non-linear model. And then these transfer functions were used to get LPV model by polynomial fitting method. With the proposed theorem and the LPV model, the controller design problem could be transformed into SOS programming problem, which was solved to obtain

收稿日期:2014-07-06

基金项目:中央高校基本科研业务费专项资金(NP2012504);江苏省普通高校研究生科研创新计划(CXZZ12_0166);
江苏省航空动力系统重点实验室开放课题(NJ20130029)

作者简介:吴斌(1985—),男,江苏大丰人,博士生,主要从事航空发动机控制研究.

通讯作者:黄金泉(1963—),男,江苏泰兴人,教授、博士生导师,博士,主要从事航空发动机建模、控制和故障诊断研究.

the linear parameter varying/proportion integration (LPV/PI) controller. Finally the controller was applied to a turbofan engine model. And step simulation results show that the settling time of this high pressure rotor speed control system is less than 3 seconds, and the steady state error is zero.

Key words: aero-engine; linear parameter varying model;
sum of squares programming; robust control; polynomial;
proportion integration control

航空发动机是一个高度复杂的非线性系统,其动态特性随着推力水平和飞行条件的变化而变化^[1].而目前广泛应用的控制策略都是基于发动机某个稳态工作点的线性化模型来设计控制器^[2].该设计方法以获得的线性化模型为基准模型,将动态特性的变化导致的参数变化考虑为相对于基准模型的摄动,并通过结构参数摄动系统鲁棒控制器综合来解决控制问题^[3].然而,当动态特性变化剧烈时单一控制器难以满足大转速范围内的控制性能要求^[4].为解决这一问题,最常用的方法是选取不同转速独立设计控制器,在实际控制中采用控制器切换的方法来满足动态特性变化要求.然而控制器间的切换往往带来稳定性问题,这就需要单独设计切换律以保证稳定性,同时该切换律还需保证不同控制器间的平滑过渡^[5],这无疑加大了控制器设计的难度.

近年来,LPV 方法作为一种解决不确定系统控制问题的新颖方法而受到越来越多的关注.LPV 方法将系统看作是一类具有特殊结构的参数时变系统,并可以利用常规线性系统鲁棒控制方法进行分析和综合^[6].因此,该方法可以解决动态特性大范围变化的控制系统综合问题.相比于传统的控制方法,LPV 设计方法是直接设计控制器而无需控制器之间的插值或切换,并且使用基于范数的性能度量从而保证了运行范围内的稳定性^[7].该方法的主要难点是控制器求解问题,目前一种最有效的方法是利用单个或参数依赖 Lyapunov 函数,将控制器的求解问题转化为线性矩阵不等式(linear matrix inequality, LMI)约束下的优化问题^[8].然而对于多项式描述的 LPV 模型,这种方法增加了保守性.

SOS 规划是一种新的将多项式分解为平方和形式用于判断矩阵正定性的方法.这种方法的首次提出是应用于单个多项式的平方和分解问题^[9],之后 Scherer 等将其扩展用于多项式矩阵的正定性判断^[10].随着 Lyapunov 稳定性定理和鲁棒控制理论的发展,越来越多的多项式描述系

统的控制问题可以转化为 SOS 规划问题^[11-12].由于 SOS 规划在处理多项式非线性问题上具有独特的优势,以多变量多项式 SOS 分解为基础的 SOSTOOLS(sum of squares tools)被开发出来,并以此推动了 SOS 规划在控制中的应用^[13].

在航空发动机控制中,PID(proportion integration differentiation)控制方法由于其结构简单、方法直观、可靠性高,并且可实现性及鲁棒性能优越等一系列优点而具有最为广泛的应用^[14].在实际应用过程中,PID 控制器设计的核心问题是其参数的整定.经典的方法包括 Ziegler-Nichols 法则,均衡优化法则等^[15].这些方法以小偏差线性化模型为基础,以非线性优化算法为工具,以闭环系统的上升时间、超调量及调节时间为目标最终优化获得控制器参数.其优点是原理清晰,且能够使系统在设计点具有较好的控制品质,然而对系统的鲁棒性及稳定性缺乏理论上的描述.这就导致在非设计点的控制性能下降,控制器的综合性能并不理想.

本文综合考虑航空发动机转速大范围变化和控制器可实现问题,将 LPV 控制方法和 PID 控制结构相结合,并通过 SOS 规划方法来求解控制器.首先根据发动机非线性模型采用频率响应法获取不同转速下的传递函数模型,并利用多项式拟合的方法获得发动机 LPV 模型.该模型,不再局限于某一固定点,可以较为精确的描述转速大范围转变的过渡过程.其次,结合传递函数模型下的鲁棒稳定条件及弱对偶定理给出了多项式形式的 LPV 模型鲁棒稳定条件,并将其转化为便于求解的 SOS 规划问题.考虑到微分环节对高频噪声的抑制能力很差,本文采用 PI 控制律.最终开展了某型发动机仿真验证.

1 问题描述

由于 1/2 型的传递函数可以较为精确地描述航空发动机小偏差动态特性^[16],故考虑如下结构形式的 LPV 系统:

$$G(s, \theta) = \frac{a(\theta)s + b(\theta)}{s^2 + c(\theta)s + d(\theta)} \quad (1)$$

式中 $\theta \in \mathbf{R}^q$ 为随时间连续变化的调度参数向量, 并可实时测量. $a(\theta), b(\theta), c(\theta), d(\theta)$ 是关于 θ 的多项式. 调度参数 θ 的变化范围属于集合

$$\Theta = \{\theta | g_i(\theta) \geq 0; i = 1, \dots, r\} \quad (2)$$

式中 $g_i(\theta)$ 为关于 θ 的多项式.

选择如图 1 所示的负反馈控制结构, 控制器采用如下结构的 PI 控制器

$$K(s, \theta) = \frac{k_1(\theta)s + k_2(\theta)}{k_3(\theta)s} \quad (3)$$

式中 $k_1(\theta), k_2(\theta), k_3(\theta)$ 为关于 θ 的多项式. 则闭环 LPV 系统为

$$\Phi(s, \theta) = \frac{N_2(\theta)s^2 + N_1(\theta)s + N_0(\theta)}{D_3(\theta)s^3 + D_2(\theta)s^2 + D_1(\theta)s + D_0(\theta)} \quad (4)$$

式中

$$N_0(\theta) = k_2(\theta)b(\theta)$$

$$N_1(\theta) = k_1(\theta)b(\theta) + k_2(\theta)a(\theta)$$

$$N_2(\theta) = k_1(\theta)a(\theta)$$

$$D_0(\theta) = k_2(\theta)b(\theta)$$

$$D_1(\theta) = k_3(\theta)d(\theta) + k_1(\theta)b(\theta) + k_2(\theta)a(\theta)$$

$$D_2(\theta) = k_3(\theta)c(\theta) + k_1(\theta)a(\theta)$$

$$D_3(\theta) = k_3(\theta)$$

该 LPV 控制器设计问题可以描述为: 寻找合适的控制器 $K(s, \theta)$, 在全调度参数范围内保证闭环系统 $\Phi(s, \theta)$ 稳定, 并满足一定的鲁棒性能指标.

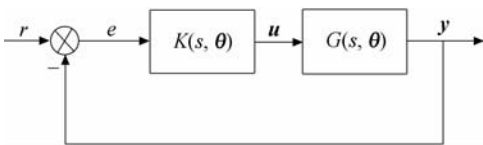


图 1 负反馈控制结构

Fig. 1 Negative feedback configuration

2 鲁棒 LPV/PI 控制器综合

针对上述 LPV 控制器设计问题, 本文通过引入多项式矩阵形式的 Lyapunov 函数来保证稳定性, 并结合 LMI 描述的鲁棒条件及弱对偶定理将 LPV/PI 控制器求解问题转化为 SOS 规划问题.

2.1 传递函数结构下的鲁棒稳定性

多项式分析方法是一种新的分析传递函数稳定性的有效方法. 该方法引入稳定多项式, 并利用 Lyapunov 稳定性定理及 Finsler 定理将系统的稳定性条件转化为 LMI 约束^[17]. 结合该 LMI 约束

和适当的鲁棒性约束最终可以将传递函数描述系统的鲁棒稳定条件转化为 LMI 条件^[18].

定义 1 设向量 $\mathbf{C} = [c_0 \quad c_1 \quad \dots \quad c_d]$, 如果由向量 $\mathbf{C}$ 中的元素组成的多项式 $\mathbf{C}(s) = \sum_{i=0}^d c_i s^i$ 的根都具有负实部, 则称向量 $\mathbf{C}$ 为稳定向量.

对于闭环系统

$$\Phi(s) = \frac{\mathbf{N}(s)}{\mathbf{D}(s)} = \frac{N_n s^n + N_{n-1} s^{n-1} + \dots + N_0}{D_d s^d + D_{d-1} s^{d-1} + \dots + D_0} \quad (5)$$

令

$$\mathbf{N} = [N_0 \quad N_1 \quad \dots \quad N_n]$$

$$\mathbf{D} = [D_0 \quad D_1 \quad \dots \quad D_d]$$

引理 1^[17] 对于闭环系统(5), 给定稳定向量 $\mathbf{C}^T \in \mathbf{R}^d$, 如果存在对称正定阵 $\mathbf{P}$ 及标量 λ 满足下列矩阵不等式:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{C}^T \mathbf{D} + \mathbf{D}^T \mathbf{C} - \mathbf{H}(\mathbf{P}) - \lambda \mathbf{C}^T \mathbf{C} & \mathbf{N}^T \\ \mathbf{N} & \lambda \gamma^2 \end{bmatrix} \geq 0 \quad (6)$$

式中

$$\mathbf{H}(\mathbf{P}) = \mathbf{\Pi}_1^T \mathbf{P} \mathbf{\Pi}_2 + \mathbf{\Pi}_2^T \mathbf{P} \mathbf{\Pi}_1$$

$$\mathbf{\Pi}_1 = \begin{bmatrix} 0 & 1 & & \\ \vdots & & \ddots & \\ 0 & \dots & \dots & 1 \end{bmatrix}_{d \times (d+1)}$$

$$\mathbf{\Pi}_2 = \begin{bmatrix} 1 & \dots & \dots & 0 \\ & \ddots & & \vdots \\ & & 1 & 0 \end{bmatrix}_{d \times (d+1)}$$

则该闭环系统稳定且满足 H_∞ 性能 $\|N(s)D^{-1}(s)\|_\infty < \gamma$.

定义 2^[19] 对于多变量多项式 $p(\mathbf{x}) = p(x_1, \dots, x_n)$, 如果存在多项式 $f_1(\mathbf{x}), f_2(\mathbf{x}), \dots, f_m(\mathbf{x})$, 使得 $p(\mathbf{x}) = \sum_{i=1}^m f_i^2(\mathbf{x})$, 则称 $p(\mathbf{x})$ 为 SOS.

由定义 2 可知 $p(\mathbf{x}) \geq 0$.

定义 3^[19] 令 $\mathbf{P}(\theta) \in \mathbf{R}(\theta)^{m \times m}$ 为对称矩阵, $\mathbf{y} = [y_1, \dots, y_m]$ 为新变量组成的向量, 如果存在标量多项式 $\mathbf{y}^T \mathbf{P}(\theta) \mathbf{y} \in \mathbf{R}(\theta, \mathbf{y})$ 为 SOS, 则认为 $\mathbf{P}(\theta)$ 为 SOS 矩阵.

由于为 $\mathbf{y}^T \mathbf{P}(\theta) \mathbf{y}$ 为 SOS, 即对任意 $\mathbf{y}$ 有 $\mathbf{y}^T \mathbf{P}(\theta) \mathbf{y} \geq 0$, 可得 $\mathbf{P}(\theta) \geq 0$, 则由引理 1 不难得到以下定理 1.

定理 1 对于闭环系统式(4), 给定稳定向量 $\mathbf{C}^T \in \mathbf{R}^d$, 令 $\mathbf{N}(\theta) = [N_0(\theta) \quad N_1(\theta) \quad N_2(\theta)]$, $\mathbf{D}(\theta) = [D_0(\theta) \quad D_1(\theta) \quad D_2(\theta) \quad D_3(\theta)]$. 如果存在 SOS 多项式矩阵 $\mathbf{P}(\theta)$ 及标量 λ 满足下列矩阵不等式:

$$\begin{bmatrix} C^T D(\theta) + D(\theta)^T C - H(P(\theta)) - \lambda C^T C & N^T(\theta) \\ N(\theta) & \lambda \gamma^2 \end{bmatrix} \geq 0 \quad (7)$$

则该闭环系统稳定且满足 H_∞ 性能 $\|N(s)D^{-1}(s)\|_\infty < \gamma$.

定理 1 是将引理 1 推广到全调度参数变化范围,因此证明过程相似,这里不再给出.

2.2 基于 SOS 规划的控制器综合

如果控制器参数满足定理 1,则所设计的控制器满足稳定性及鲁棒性要求.而实际求解中调度参数 $\theta \in \Theta$,这是一个有约束的 SOS 规划问题.本节中引入弱对偶定理,将有约束问题转化为无约束问题,便于控制器的求解.

引理 2 (弱对偶定理)^[20] 考虑如下优化问题

$$f^* = \inf_{\substack{x \in X \\ g_i(x) \leq 0; i=1, \dots, r}} f(x) \quad (8)$$

式中 X 是 $\mathbf{R}^n$ 的一个子集, $f(x)$, $g_i(x)$ 为给定的关于 x 的函数,令

$$L(x, u) = f(x) - \sum_{i=1}^r u_i g_i(x) \\ u = (u_1, \dots, u_r)$$

式(8)的对偶问题可以表述为

$$q^* = \max_{u \geq 0} \left\{ \inf_{x \in X} L(x, u) \right\} \quad (9)$$

则 $f^* \geq q^*$, f^* 与 q^* 的差值称为对偶间隙.

由弱对偶定理可知,如果存在 $u \geq 0$ 使得 $L(x, u) \geq 0$,则 $f^* \geq q^* \geq 0$.

定理 2 对于如式(1)描述的 LPV 系统,给定 H_∞ 性能指标 $\gamma > 0$,如果存在多项式 $k_1(\theta)$, $k_2(\theta)$, $k_3(\theta)$, SOS 矩阵多项式 $P(\theta)$, $M(\theta)$ 及常数 λ ,使得下列多项式矩阵是 SOS:

$$\begin{bmatrix} C^T D(\theta) + D(\theta)^T C - H(P(\theta)) - \lambda C^T C & N(\theta)^T \\ N(\theta) & \lambda \gamma^2 \end{bmatrix} - g_i(\theta) M(\theta) \quad (10)$$

则 $K(s, \theta)$ 为一个能够保证系统稳定的,并满足 H_∞ 性能指标 γ 的 LPV/PI 控制器.

证明 由于式(10)是 SOS 多项式矩阵,所以

$$\begin{bmatrix} C^T D(\theta) + D(\theta)^T C - H(P(\theta)) - \lambda C^T C & N(\theta)^T \\ N(\theta) & \lambda \gamma^2 \end{bmatrix} - g_i(\theta) M(\theta) \geq 0 \quad (11)$$

由于 $M(\theta)$ 为 SOS 多项式矩阵,即 $M(\theta) \geq 0$,将弱对偶定理推广到多项式矩阵^[10],可得

$$\begin{bmatrix} C^T D(\theta) + D(\theta)^T C - H(P(\theta)) - \lambda C^T C & N(\theta)^T \\ N(\theta) & \lambda \gamma^2 \end{bmatrix} \geq 0 \\ \theta \in \Theta, \quad \Theta = \{\theta | g_i(\theta) \geq 0; i = 1, \dots, r\} \quad (12)$$

式(12)说明当 $\theta \in \Theta$ 时,定理 1 均成立,故闭环 LPV 系统(4)稳定,且满足 H_∞ 性能指标 $\|N(s, \theta)D^{-1}(s, \theta)\|_\infty < \gamma$.实际上,通过 SOS 规划求解的优化问题,其对偶间隙要小于其他方法,即其精度要高于其他方法^[10].

证毕

根据定理 2,系统(1)的鲁棒 LPV/PI 控制器的求解问题可以转化为如下 SOS 规划问题:

已知多项式 $a(\theta)$, $b(\theta)$, $c(\theta)$, $d(\theta)$, $g_i(\theta)$, 给定稳定多项式 C , 性能指标 γ , 寻找多项式 $k_1(\theta)$, $k_2(\theta)$, $k_3(\theta)$, SOS 矩阵多项式 $P(\theta)$, $M(\theta)$ 及常数 λ , 使式(10)为 SOS 矩阵. 利用 SOS 工具箱求解上述 SOS 规划问题, 可以获得相应的 $k_1(\theta)$, $k_2(\theta)$, $k_3(\theta)$, $P(\theta)$, $M(\theta)$ 及 λ , 从而可以得到如式(3)所示的控制器.

3 航空发动机 LPV/PI 控制

以某型小涵道比双轴涡扇发动机为研究对象^[21],针对高压转子转速回路设计 LPV/PI 控制器,主要控制量为燃油 W_f ,被控量为高压转子转速 n_h .小涵道比涡扇发动机的高压转子转速能够近似反映发动机的机械负荷和热负荷状况,即高压转子转速能够快速、直接的反映系统状态的变化,因此选用 n_h 为调度参数,此外,如果考虑导叶角度和喷口面积等变几何部件带来的系统特性变化,则 LPV 模型变得复杂且控制器难于求解,因此本文假定该涡扇发动机几何不可调.

3.1 航空发动机 LPV 模型

建立精确的 LPV 模型有利于控制精度的提高,本文以频率响应法^[21]在地面点获取不同高压转速下的传递函数模型,再通过多项式拟合的方法获得各系数关于调度参数的多项式描述.为了形成如式(2)所示的约束,将调度参数 n_h 归一化到 $[-1, 1]$,即 $\theta = \bar{n}_h$. 获得的 LPV 模型如下:

$$G(s, \bar{n}_h) = \frac{a(\bar{n}_h)s + b(\bar{n}_h)}{s^2 + c(\bar{n}_h)s + d(\bar{n}_h)} \quad (13)$$

式中

$$\begin{aligned} a(\bar{n}_h) &= -409.1\bar{n}_h + 3347.4 \\ b(\bar{n}_h) &= -64684\bar{n}_h^2 + 835\bar{n}_h + 2181 \\ c(\bar{n}_h) &= -19.03\bar{n}_h^2 + 1.835\bar{n}_h + 3.877 \\ d(\bar{n}_h) &= 58.82\bar{n}_h^2 + 8.68\bar{n}_h + 2.316 \end{aligned}$$

各系数的拟合结果如图 2~图 5 所示.

为了检验所获得 LPV 模型的精度,本文随机选取了相对换算转速 $\bar{n}_h=0.896$ 和 0.955 两个点,将 LPV 模型与非线性动态热力学模型^[21] 分别做主燃油 20%阶跃响应,仿真结果如图 6 和图 7 所示. 图中实线和虚线分别为非线性模型和 LPV 模型的动态响应. $\Delta\bar{n}_h$ 为相对于稳态点的转速差量百分比.

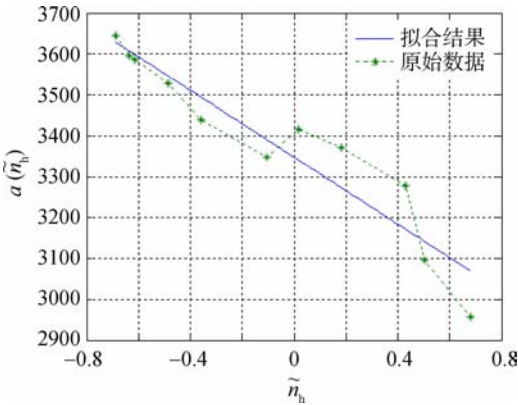


图 2 系数 $a(\bar{n}_h)$ 的拟合结果

Fig. 2 Fitting curve of $a(\bar{n}_h)$

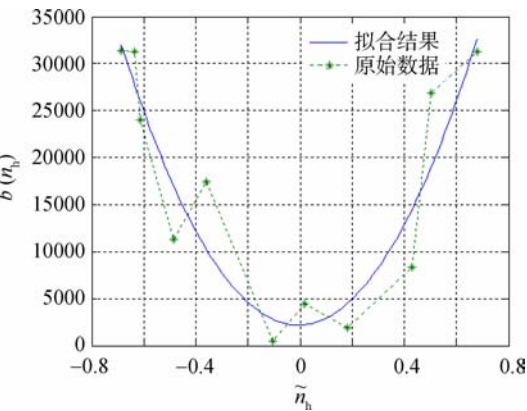


图 3 系数 $b(\bar{n}_h)$ 的拟合结果

Fig. 3 Fitting curve of $b(\bar{n}_h)$

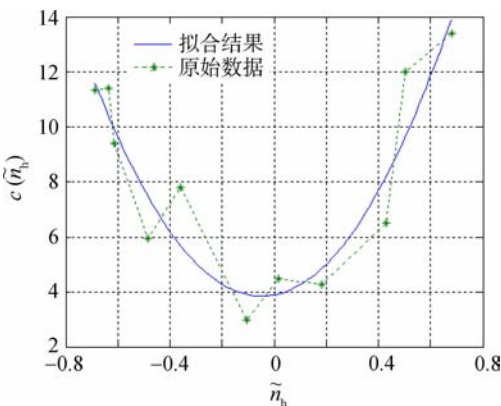


图 4 系数 $c(\bar{n}_h)$ 的拟合结果

Fig. 4 Fitting curve of $c(\bar{n}_h)$

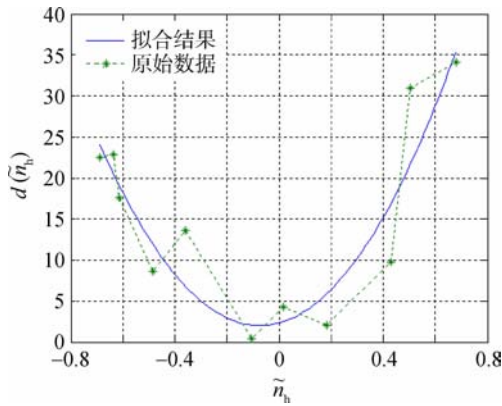


图 5 系数 $d(\bar{n}_h)$ 的拟合结果

Fig. 5 Fitting curve of $d(\bar{n}_h)$

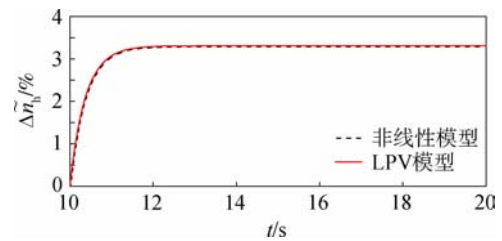


图 6 $\bar{n}_h=0.896$ 时线性模型与非线性模型阶跃仿真

Fig. 6 Step simulation of linear model and nonlinear model when $\bar{n}_h=0.896$

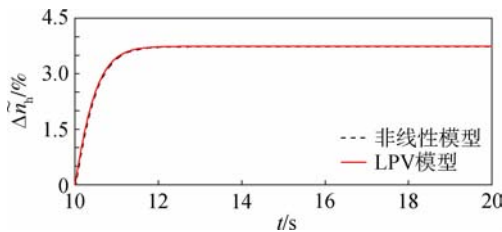


图 7 $\bar{n}_h=0.955$ 时线性模型与非线性模型阶跃仿真

Fig. 7 Step simulation of linear model and nonlinear model when $\bar{n}_h=0.955$

由图 6 和图 7 可以看出采用传递函数形式描述的 LPV 系统能够较精确地反映原系统的动态特性.

3.2 控制器综合

稳定多项式的选择影响闭环系统的极点位置^[17],并能够决定 SOS 规划是否存在解. 本文针对式(13)所描述系统,经过反复尝试,选择稳定多项式 $\mathbf{C}=[15.557 \ 18.709 \ 9.169 \ 1.000]$. 给定性能指标 $\gamma=1.2$ ^[22], $k_1(\bar{n}_h)$, $k_2(\bar{n}_h)$, $k_3(\bar{n}_h)$ 采用 4 阶多项式描述, $\mathbf{P}(\bar{n}_h)$, $\mathbf{M}(\bar{n}_h)$ 分别采用 2 阶多项式和 4 阶多项式矩阵描述. 根据定理 2 给出 SOS 规划问题,并求解得

$$\mathbf{P}(n_h) = \begin{bmatrix} 4134500n_h^2 + 439960n_h + 69636 & 1599900n_h^2 + 92848n_h + 30311 & 59347n_h^2 - 1885.96n_h + 13525 \\ 1599900n_h^2 + 92848n_h + 30311 & 2051200n_h^2 + 220580n_h + 119890 & 194280n_h^2 + 18884n_h + 16987 \\ 59347n_h^2 - 1885.96n_h + 13525 & 194280n_h^2 + 18884n_h + 16987 & 63848n_h^2 + 1091.74n_h + 11042 \end{bmatrix}$$

(14)

$$\begin{cases} k_1(n_h) = -0.3239n_h^4 - 0.3844n_h^3 + 0.4702n_h^2 + 0.4092n_h - 0.06008 \\ k_2(n_h) = -0.4111n_h^4 + 0.0045n_h^3 - 1.1466n_h^2 - 0.00408n_h + 1.7062 \\ k_3(n_h) = 369.52n_h^4 + 298.64n_h^3 + 426.83n_h^2 - 485.36n_h + 3782.2 \end{cases}$$

(15)

4 仿真分析

采用文中第 3.2 节所设计控制器,针对非线性模型作阶跃仿真,并与切换 PI 控制方法作对比. 切换 PI 方法如下:在相对转速在范围 [0.86 1.00]内平均选取 4 个点作为设计点,采用频域模型匹配 PI 参数整定方法获得 PI 参数,并采用模糊切换的方法进行控制器切换^[23]. 仿真结果如图 8~图 13 所示.

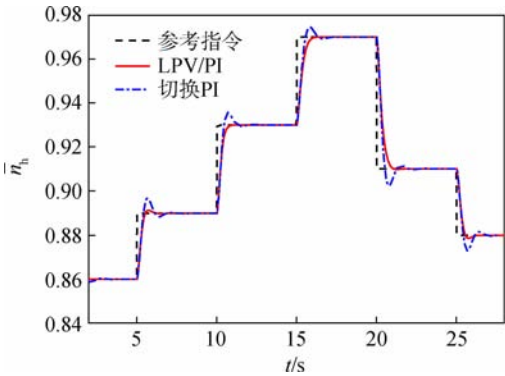


图 10 $H=10\text{ km}, Ma=1.1$ 处高压转子转速阶跃仿真
Fig. 10 Step simulation of high pressure rotor speed when $H=10\text{ km}, Ma=1.1$

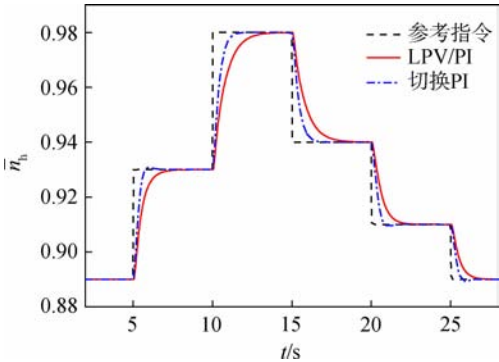


图 8 $H=0\text{ km}, Ma=0$ 处高压转子转速阶跃仿真
Fig. 8 Step simulation of high pressure rotor speed when $H=0\text{ km}, Ma=0$

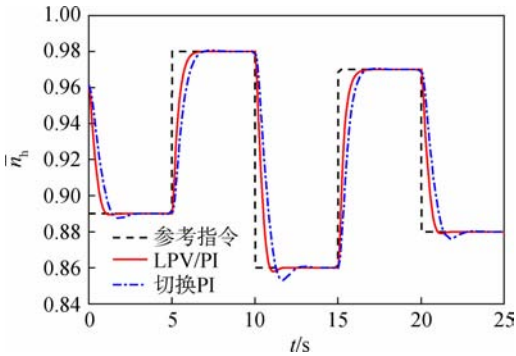


图 11 $H=10\text{ km}, Ma=1.1$ 处高压转子转速大范围阶跃仿真
Fig. 11 Large-scale step simulation of high pressure rotor speed when $H=10\text{ km}, Ma=1.1$

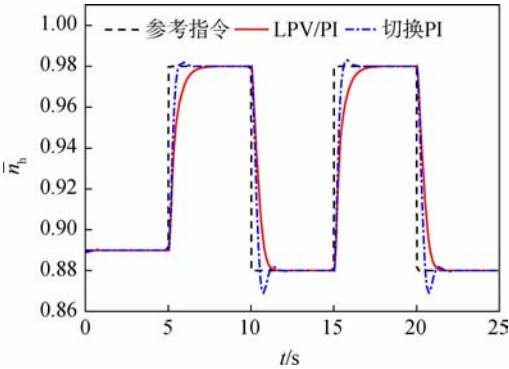


图 9 $H=0\text{ km}, Ma=0$ 处高压转子转速大范围阶跃仿真
Fig. 9 Large-scale step simulation of high pressure rotor speed when $H=0\text{ km}, Ma=0$

由图 8 可以看出在地面点,即设计高度、马赫数条件下,鲁棒 LPV/PI 方法不如切换 PI 法,主要表现为响应速度变慢,经过分析发现设计点的响应时间与性能指标 γ 的大小相关,给较大的 γ ,则响应速度加快,可见鲁棒 LPV/PI 方法为保证鲁棒性牺牲了部分快速性,这与文献[22]描述相一致.而在其他非设计点,鲁棒 LPV/PI 方法体现出了更好的参数适应性,响应过程中稳态误差小于 0.012%,超调在 0.14% 以内.而切换 PI 方法

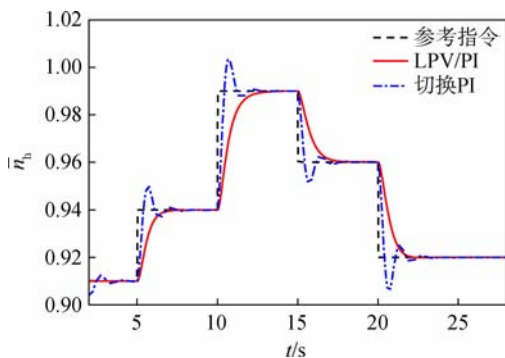


图12 $H=15\text{ km}, Ma=1.6$ 处高压转子转速阶跃仿真
Fig. 12 Step simulation of high pressure rotor speed
when $H=15\text{ km}, Ma=1.6$

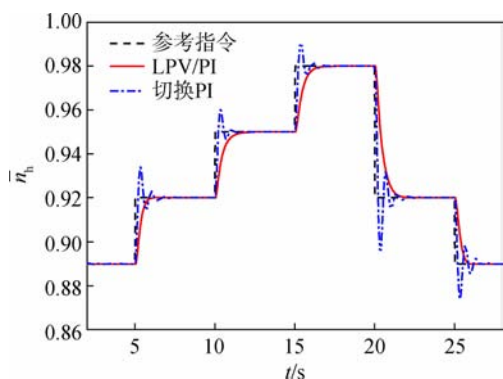


图13 $H=3\text{ km}, Ma=0.5$ 处高压转子转速阶跃仿真
Fig. 13 Step simulation of high pressure rotor speed
when $H=3\text{ km}, Ma=0.5$

出现了较大的超调甚至振荡,可见其鲁棒性能远不如鲁棒 LPV/PI 方法。

此外,在求解 SOS 规划过程中,采用多项式描述的 Lyapunov 函数时,保证 SOS 规划有解的最小 $\gamma=1.01$,而采用单一的 Lyapunov 函数时,保证 SOS 规划有解的最小 $\gamma=1.57$ 。可见采用多项式描述的 Lyapunov 函数比采用单一的 Lyapunov 函数有助于减少保守性。

5 结 论

本文综合考虑到航空发动机大转速范围的变化和控制器的可实现问题,将 LPV 控制方法和 PI 控制结构相结合,提出了一种通过 SOS 规划方法来求解鲁棒 LPV/PI 控制器的方法。该方法采用 PI 控制结构,具有方法直观、可靠性高及可实现性优越等优点。此外,和传统的方法相比,本文方法针对的是 LPV 这一具有特殊结构的时变模型,其控制参数根据高压转子转速实时改变,因此在大转速范围内均具有较好的控制性能。同时该

方法在理论上保证了控制器的稳定性及鲁棒性。

参考文献:

- [1] 黄金泉,仇小杰,鲁峰,等.航空发动机性能恢复控制方法[J].航空动力学报,2012,27(7):1595-1604.
HUANG Jinqun, QIU Xiaojie, LU Feng, et al. Performance recovery control method for aircraft engine[J]. Journal of Aerospace Power, 2012, 27(7): 1595-1604. (in Chinese)
- [2] 樊思齐,李华聪,樊丁,等.航空发动机控制:下册[M].西安:西北工业大学出版社,2008.
- [3] 王曦,林永霖,吴永康. H_∞ 控制在飞行/推进综合控制系统中的应用[J].航空动力学报,2004,19(5):695-702.
WANG Xi, LIN Yonglin, WU Yongkang. H_∞ control applied in integrated flight and propulsion control systems[J]. Journal of Aerospace Power, 2004, 19(5): 695-702. (in Chinese)
- [4] 吴君凤,郭迎清.发动机稳态与过渡态控制集成设计仿真验证[J].航空动力学报,2013,28(6):1436-1440.
WU Junfeng, GUO Yingqing. Design and simulation of aero-engine steady-state and transient-state control integration[J]. Journal of Aerospace Power, 2013, 28(6): 1436-1440. (in Chinese)
- [5] Lu B, Wu F, Kim S W. Switching LPV control for high performance tactical aircraft[R]. AIAA-2010-7903, 2010.
- [6] LI Shuqing, ZHANG Shengxiu. A modified LPV modeling technique for turbofan engine control system [R]. Taiyuan: International Conference on Computer Application and System Modeling (ICCSM), 2010.
- [7] Giarre L, Bauso D, Falugi P, et al. LPV model identification for gain scheduling control: an application to rotating stall and surge control[J]. Control Engineering Practice, 2006, 14(4): 351-361.
- [8] Wu F, Packard A, Gary B. Systematic gain-scheduling control design: a missile autopilot example[J]. Asian Journal of Control, 2002, 4(3): 341-347.
- [9] Jean B L. Global optimization with polynomials and the problem of moments[J]. Society for Industrial and Applied Mathematics, 2001, 11(3): 796-817.
- [10] Scherer C W. LMI relaxation in robust control[J]. European Journal of Control, 2006, 12(1): 3-29.
- [11] Anirudha M, Amir A A, Russ T. Control design along trajectories with sums of squares programming[R]. Karlsruhe: IEEE International Conference on Robotics and Automation, 2013.
- [12] Kazuo T, Hiroto Y, Hiroshi O, et al. A sum-of-squares approach to modeling and control of nonlinear dynamical systems with polynomial fuzzy systems[J]. IEEE Transactions on Fuzzy Systems, 2009, 17(4): 911-922.
- [13] Gatermann K, Parrilo A P. Symmetry groups, semidefinite programs and sums of squares[J]. Journal of Pure and Applied Algebra, 2002, 192(1/2/3): 95-128.
- [14] 吴勇,谢寿生,唐奇,等.基于支持向量机的航空发动机

PID 解耦控制[J]. 航空动力学报, 2009, 24(10): 2349-2355.

WU Yong, XIE Shousheng, TANG Qi, et al. PID decoupling controller for aero-engine based on support vector machines[J]. Journal of Aerospace Power, 2009, 24(10): 2349-2355. (in Chinese)

[15] 潘慕绚, 黄金泉, 殷石. 航空发动机神经网络反步控制方法[J]. 航空动力学报, 2009, 24(10): 2344-2348.

PAN Muxuan, HUANG Jinquan, YIN Shi. Backstepping control strategy for aero-engine using neural networks[J]. Journal of Aerospace Power, 2009, 24(10): 2344-2348. (in Chinese)

[16] Ceri E, David R, Antoni B. Identification of aircraft gas turbine dynamics using frequency-domain techniques[J]. Control Engineering Practice, 2000, 8(2): 457-467.

[17] Wilfried G, Didier H, Jacques B, et al. Polynomial LPV synthesis applied to turbofan engines[J]. Control Engineering Practice, 2010, 18(9): 1077-1083.

[18] Didier H, Denis A, Dimitri P. Positive polynomial matrices and improved LMI robustness conditions[J]. Automatica, 2003, 39(8): 1479-1485.

[19] Ufuk T, Andrew P, Peter S, et al. Stability region analysis using simulations and sum-of-squares programming[C]// Proceedings of the 2007 American Control Conference. New York: IEEE, 2007: 6009-6014.

[20] Bertsekas D P. Nonlinear programming[M]. Massachusetts: Athena Scientific, 1999.

[21] LIU Nan, HUANG Jinquan, LU Feng. Multivariable PID parameters tuning method based on model matching on frequency domain for aero-engine[R]. Wollongong: IEEE/ASME International Conference on Advanced Intelligent Mechatronics, 2013.

[22] Astrom K. Limitations on control system performance[J]. European Journal of Control, 2000, 6(1): 2-20.

[23] 仇小杰, 黄金泉, 鲁峰, 等. 航空发动机多路模糊切换控制系统设计[J]. 南京航空航天大学学报, 2011, 43(4): 439-445.

QIU Xiaojie, HUANG Jinquan, LU Feng, et al. Multi-loop fuzzy switching control system design for air-craft engines[J]. Journal of Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, 2011, 43(4): 439-445. (in Chinese)

(编辑: 叶 青)